**Урок геометрии в 11 классе**

**Тема: «Вычисление углов в пространстве»**

**(2 часа)**

**Цели урока** **и** **планируемые результаты**

**Предметные**: повторить, обобщить и закрепить материал по данной теме. Провести сравнительный анализ разных методов решения геометрических задач. Развивать навыки решения геометрических задач, умение выбирать наиболее эффективные способы решения задачи в зависимости от конкретных условий, выявлять особенности (качества, признаки) разных объектов в процессе их рассмотрения, тренировать геометрическую зоркость, пространственное воображение. Готовить учеников к успешной сдаче ЕГЭ.

**Личностные**: развивать такие качества мышления как гибкость, целенаправленность, рациональность, критичность с учетом индивидуальных особенностей, формировать навыки самоанализа и самоконтроля. Развивать умение брать на себя инициативу в организации совместного действия. Использовать обмен знаниями между членами группы для принятия эффективных совместных решений. Проявлять готовность адекватно реагировать на нужды других, оказывать помощь и эмоциональную поддержку партнерам. Развивать взаимовыручку и взаимопомощь, умение вести культурную дискуссию, умение четко организовывать самостоятельную и индивидуальную работу. Развивать умение адекватно оценивать свои возможности и достигнутый результат.

**Оборудование урока**: ноутбук, медиа проектор, экран, компьютерная презентация, раздаточный материал для индивидуальной работы.

**Организационный момент**:

Взаимное приветствие, проверка готовности учащихся к уроку

Сообщение темы урока: **«Вычисление углов в пространстве»**

Актуальность данной темы очевидна, т.к. в последние годы задачи именно на эту тему чаще всего предлагаются на ЕГЭ в качестве задания С 2.

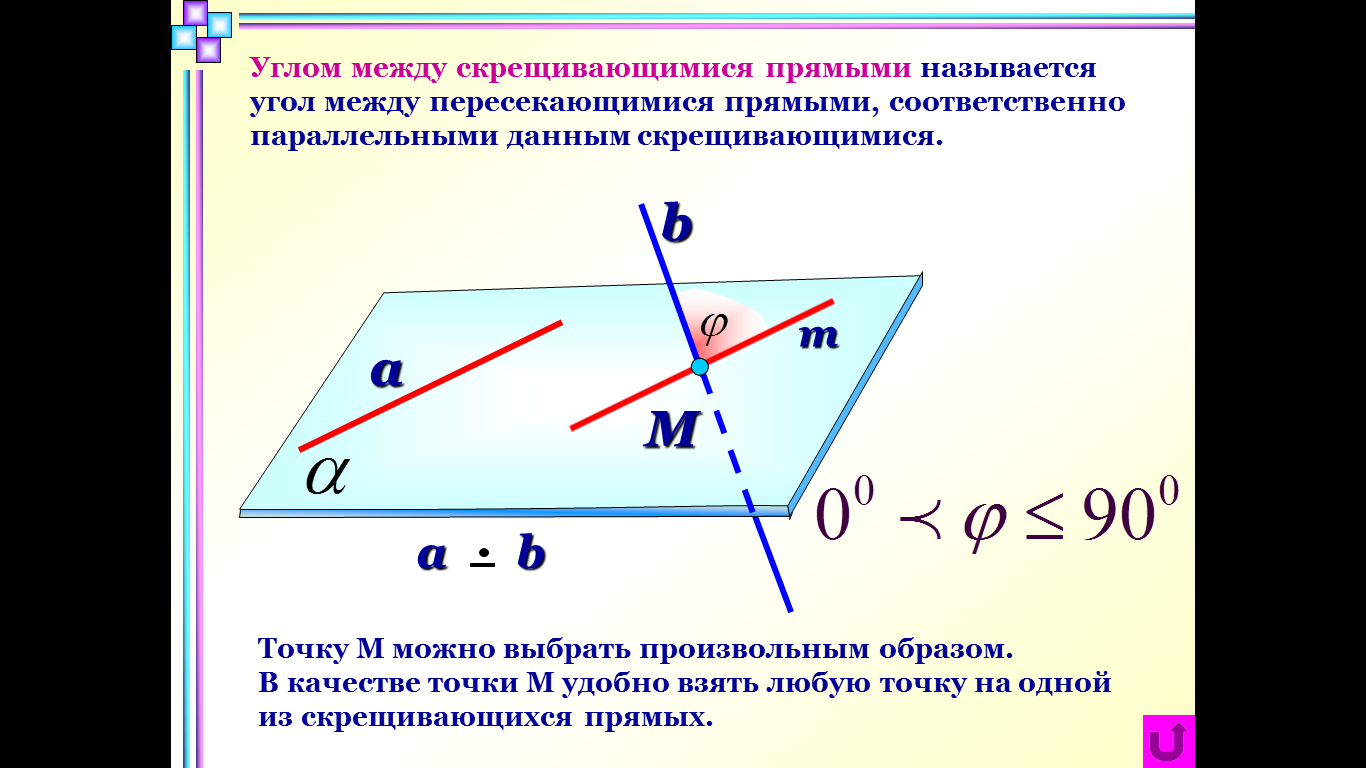
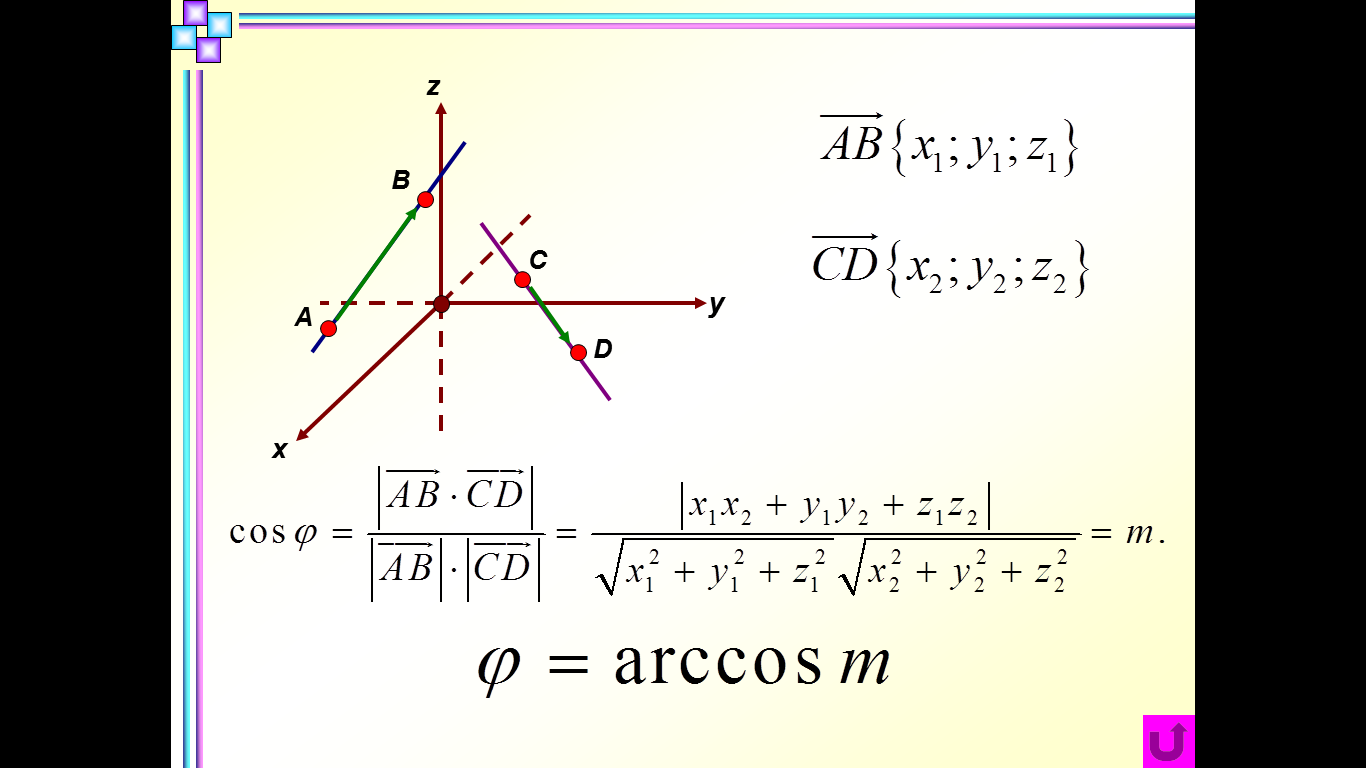
Сегодня на уроке мы повторим и обобщим материал по данной теме, для чего рассмотрим решение задач классическим и координатно-векторным методами на нахождение углов между прямыми, прямой и плоскостью, двумя плоскостями.

**Ход урока:**

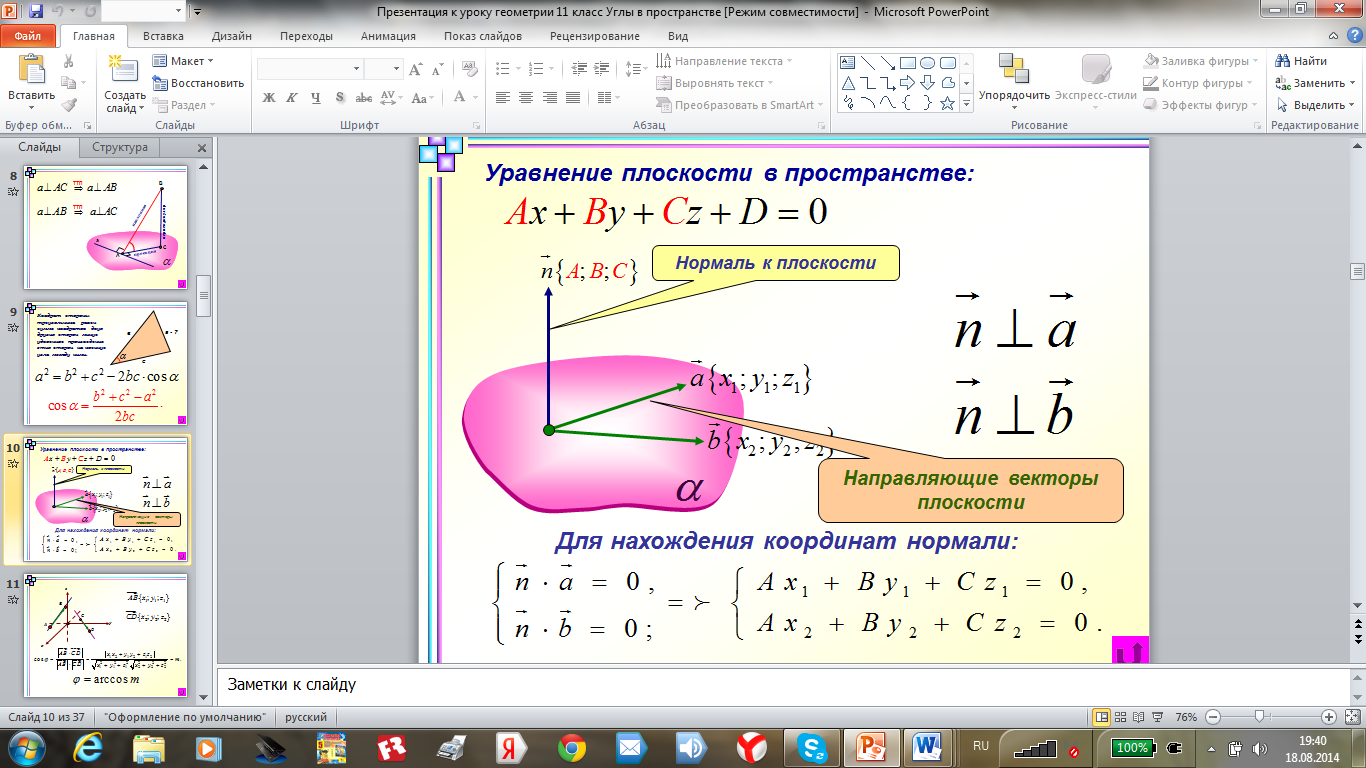
***Повторим теорию*** ( устная работа с презентацией)

1.Как найти угол между скрещивающимися прямыми?

геометрический метод – слайд 1 метод координат – слайд 2

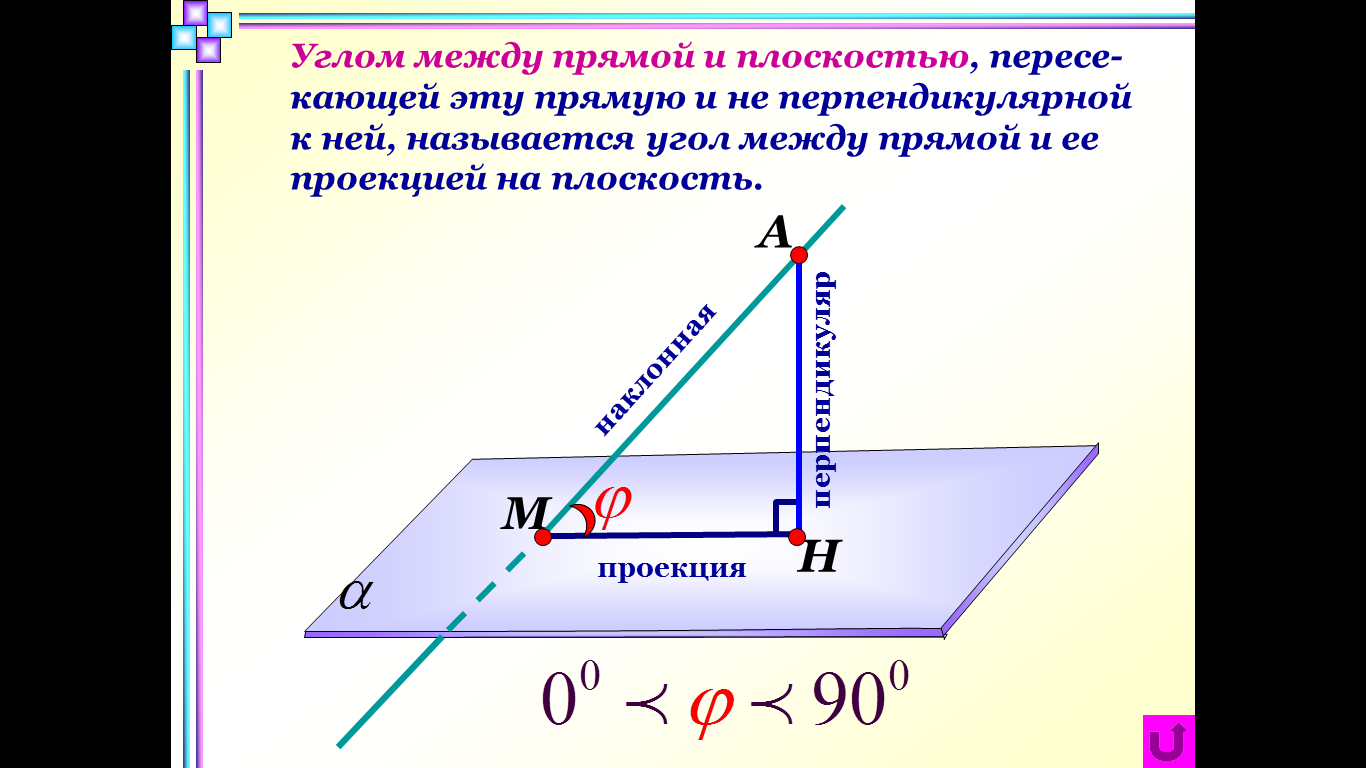
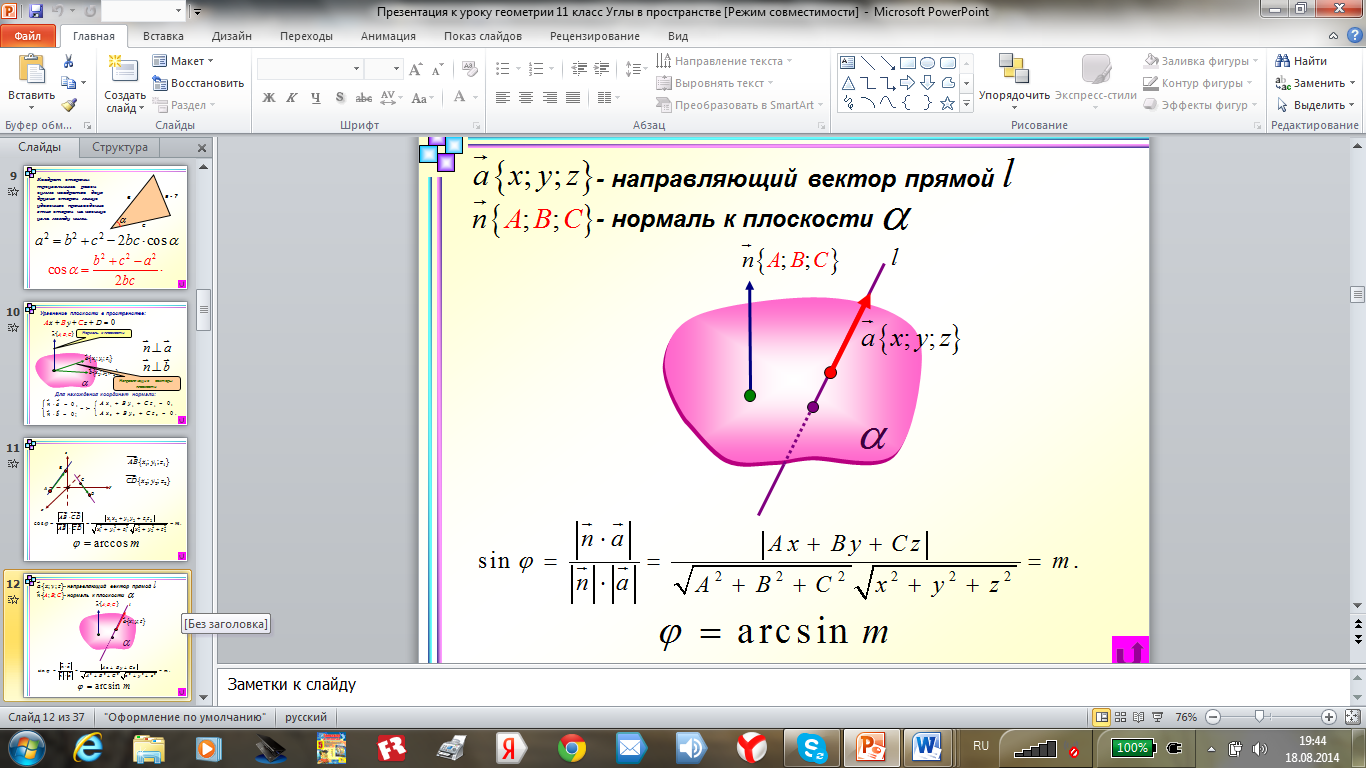
 

2. Что называют нормалью к плоскости – слайд 3



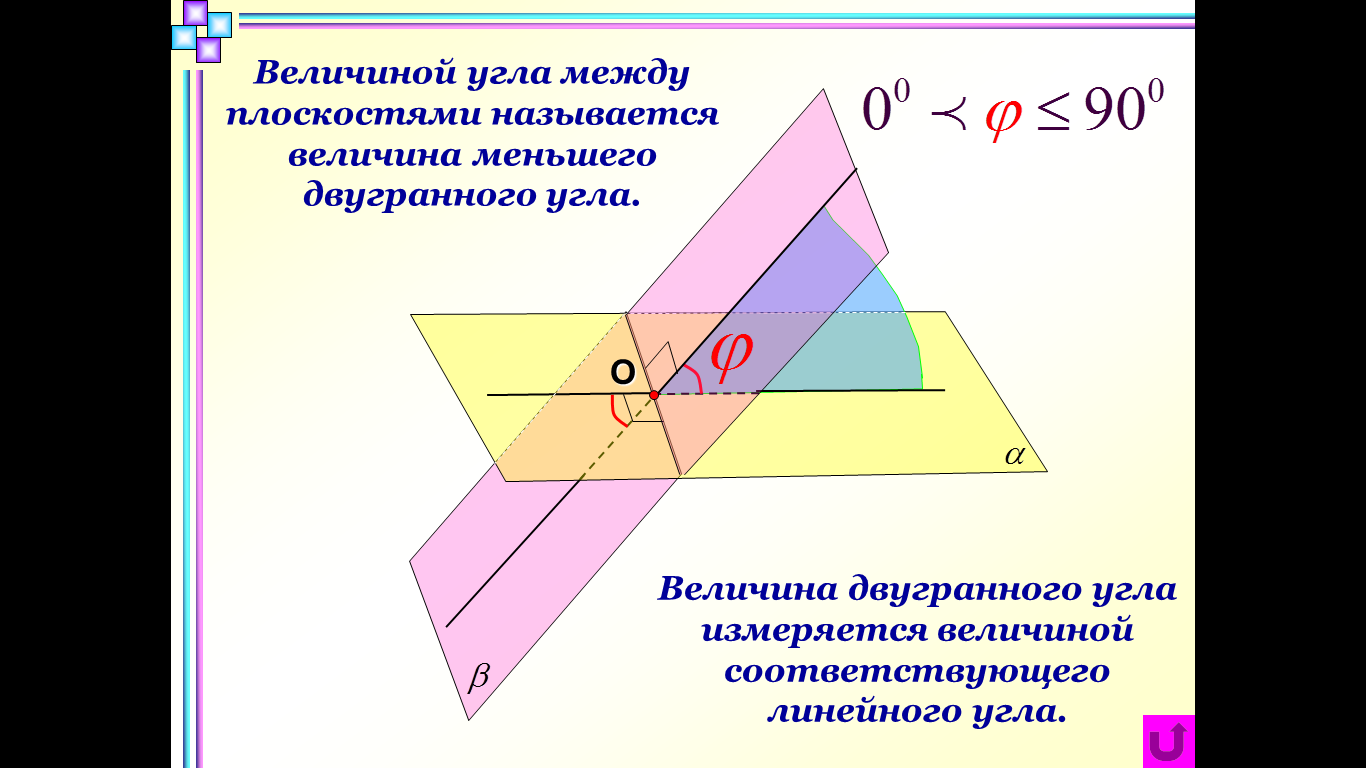
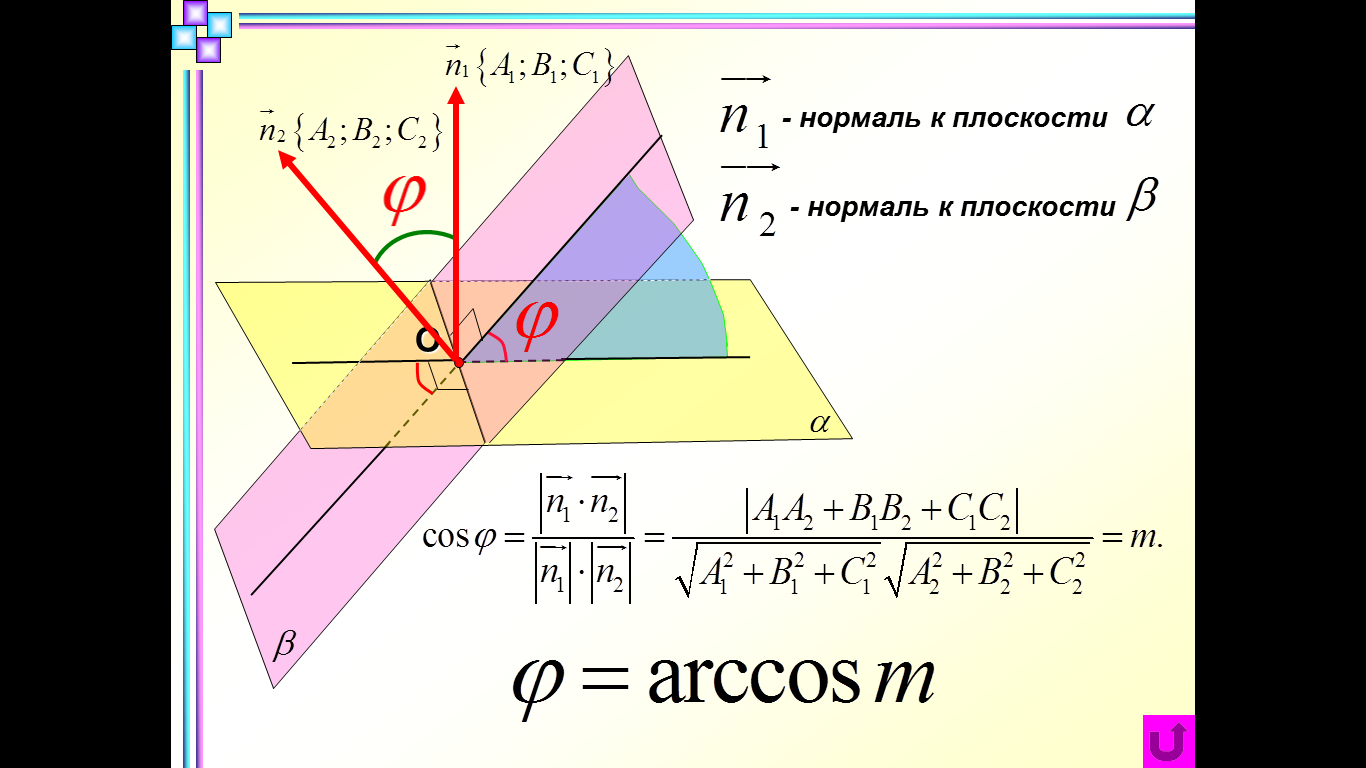
3. Как найти угол между прямой и плоскостью?

геометрический метод – слайд 4 метод координат – слайд 5

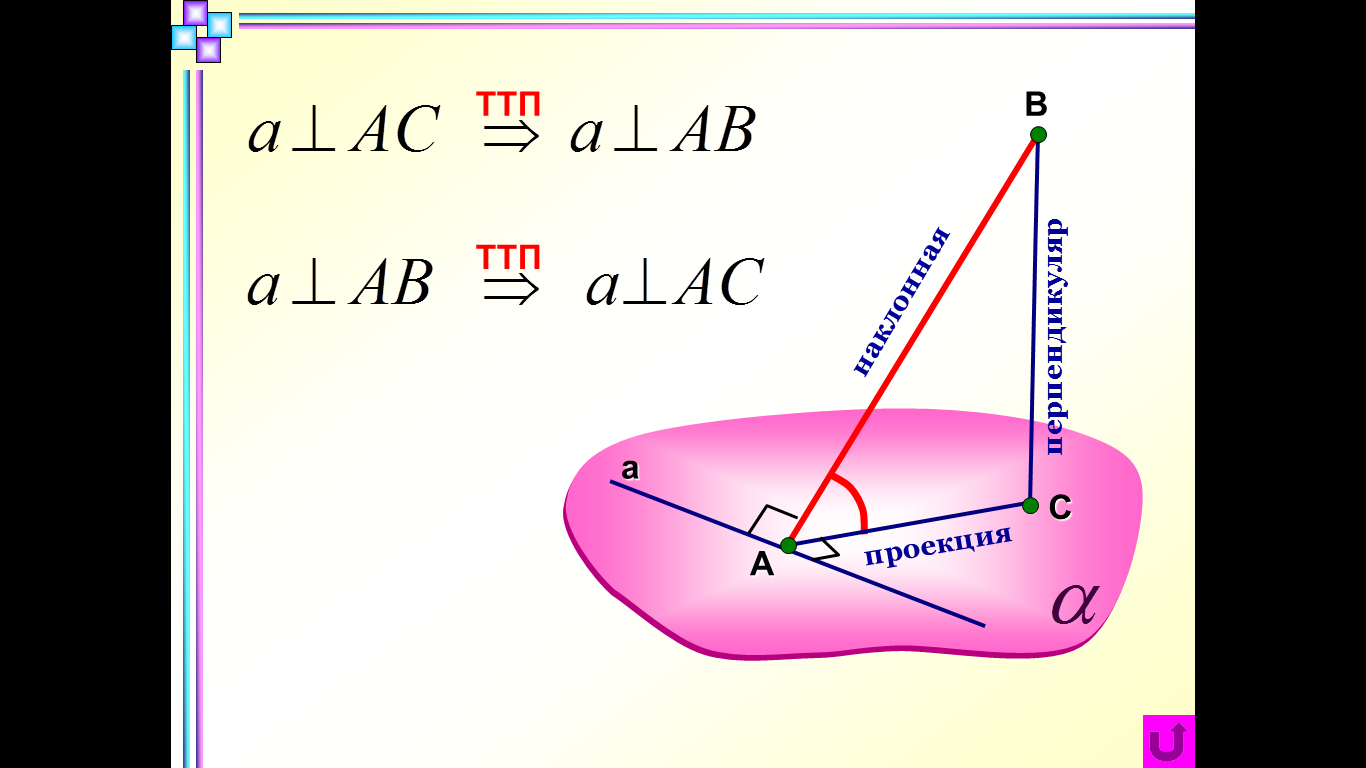
 

4.Как найти угол между двумя плоскостями?

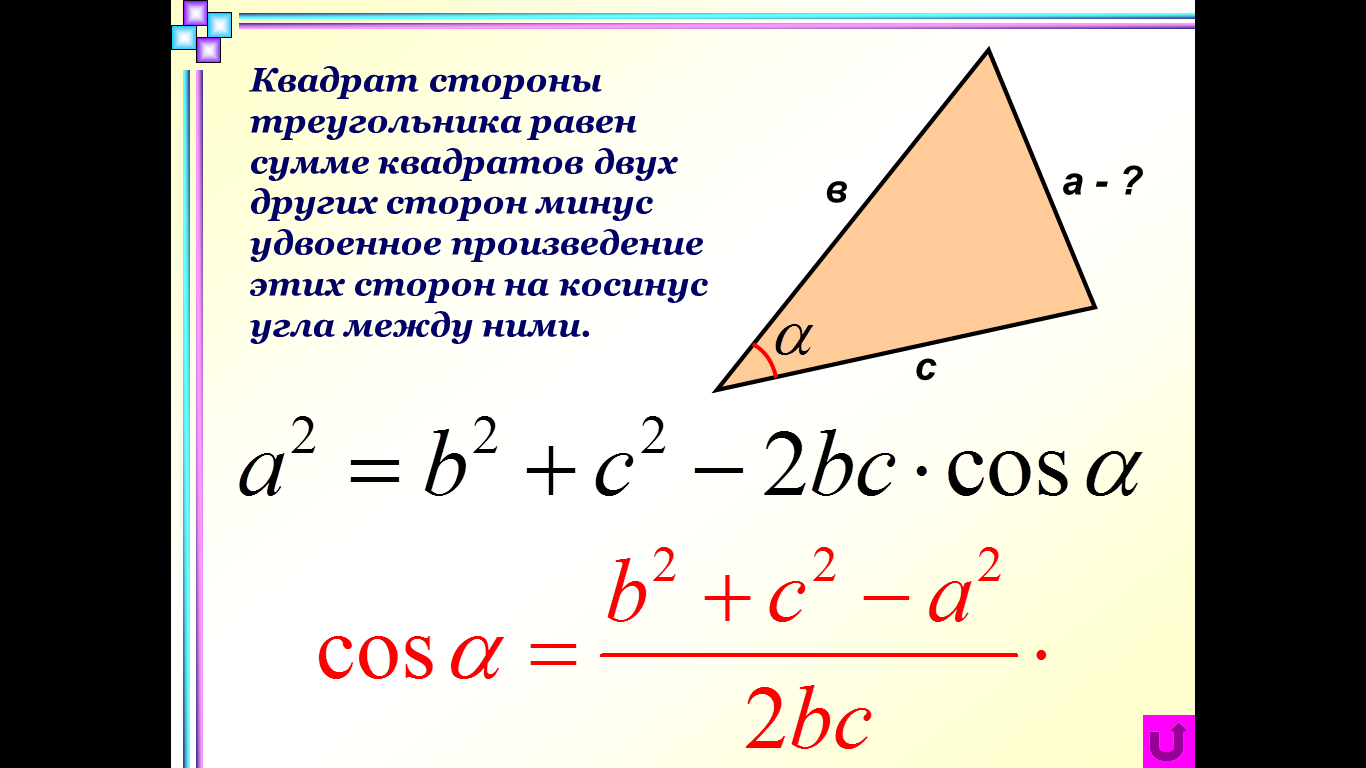
геометрический метод – слайд 6 метод координат – слайд 7

5. Сформулируйте теорему о трех перпендикулярах – слайд 8



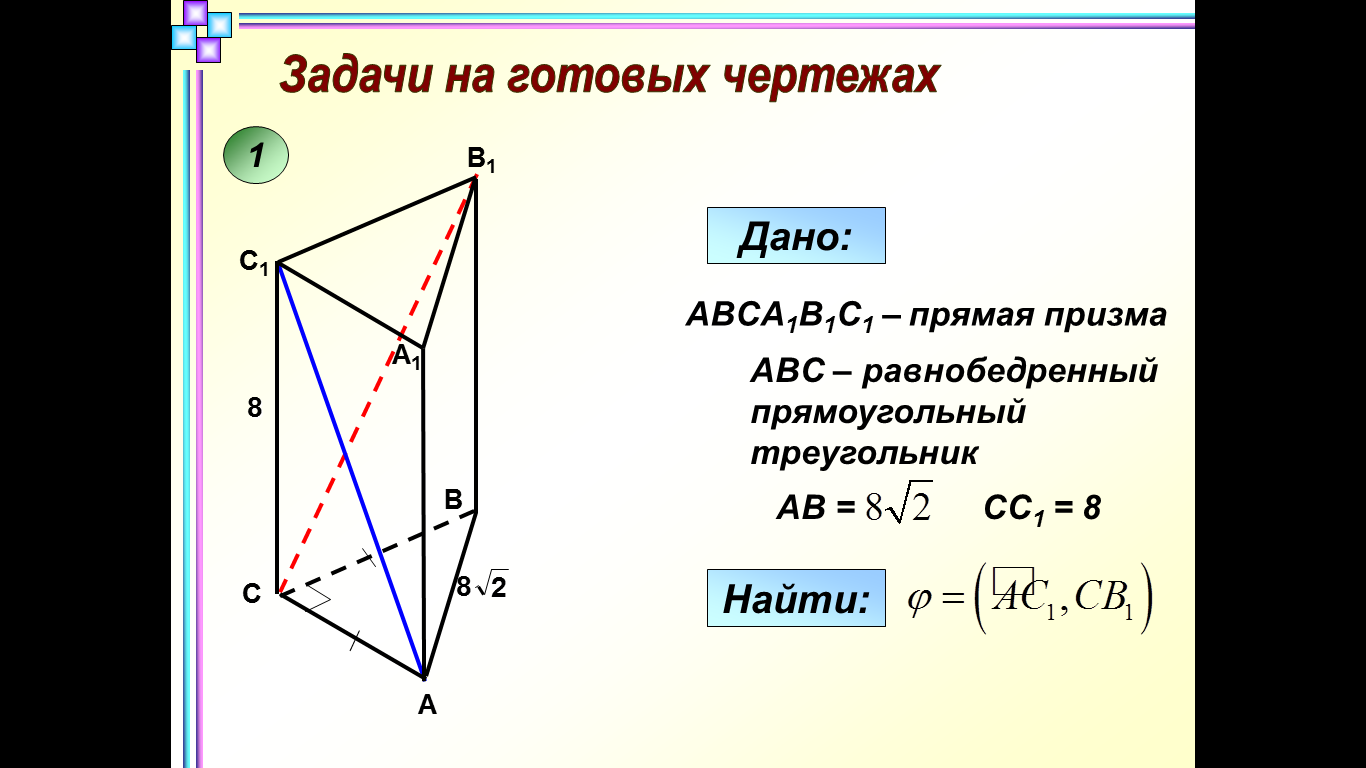
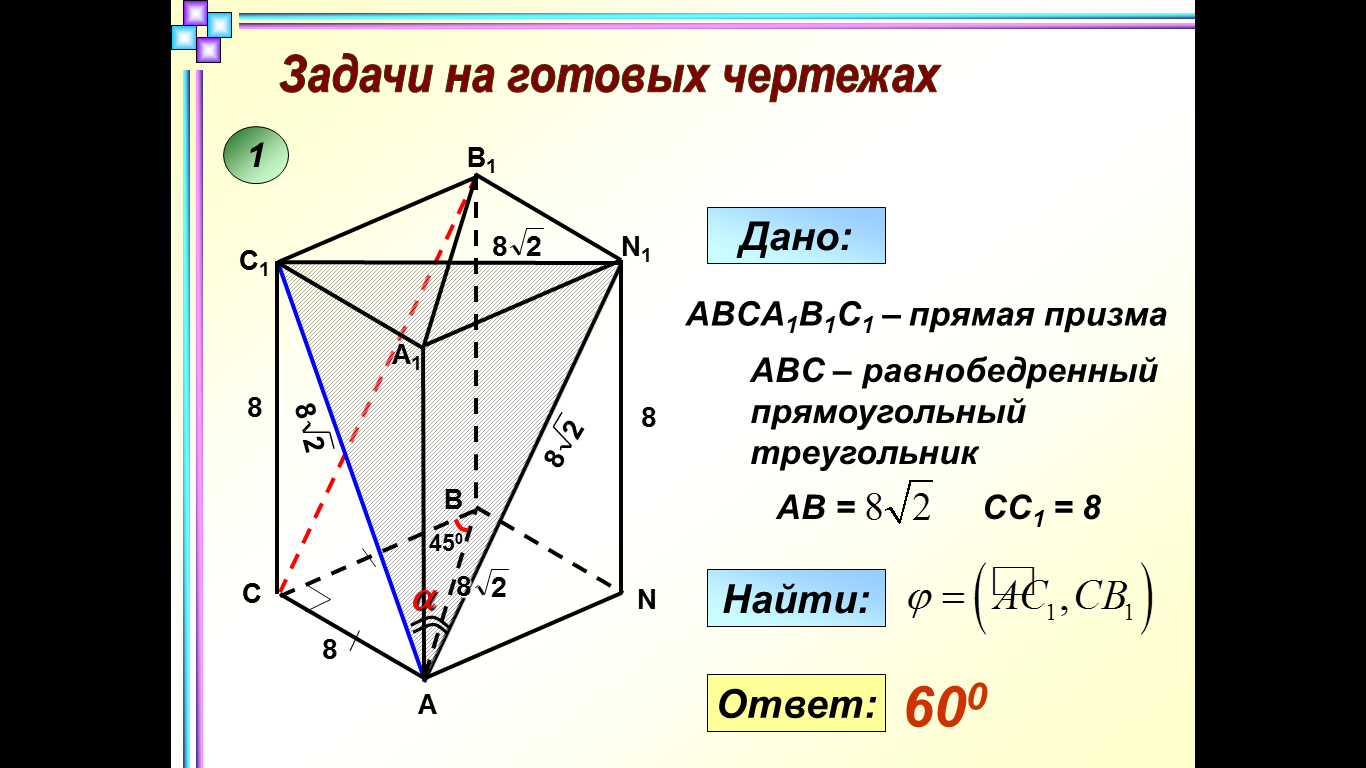
6. Сформулируйте теорему косинусов – слайд 9

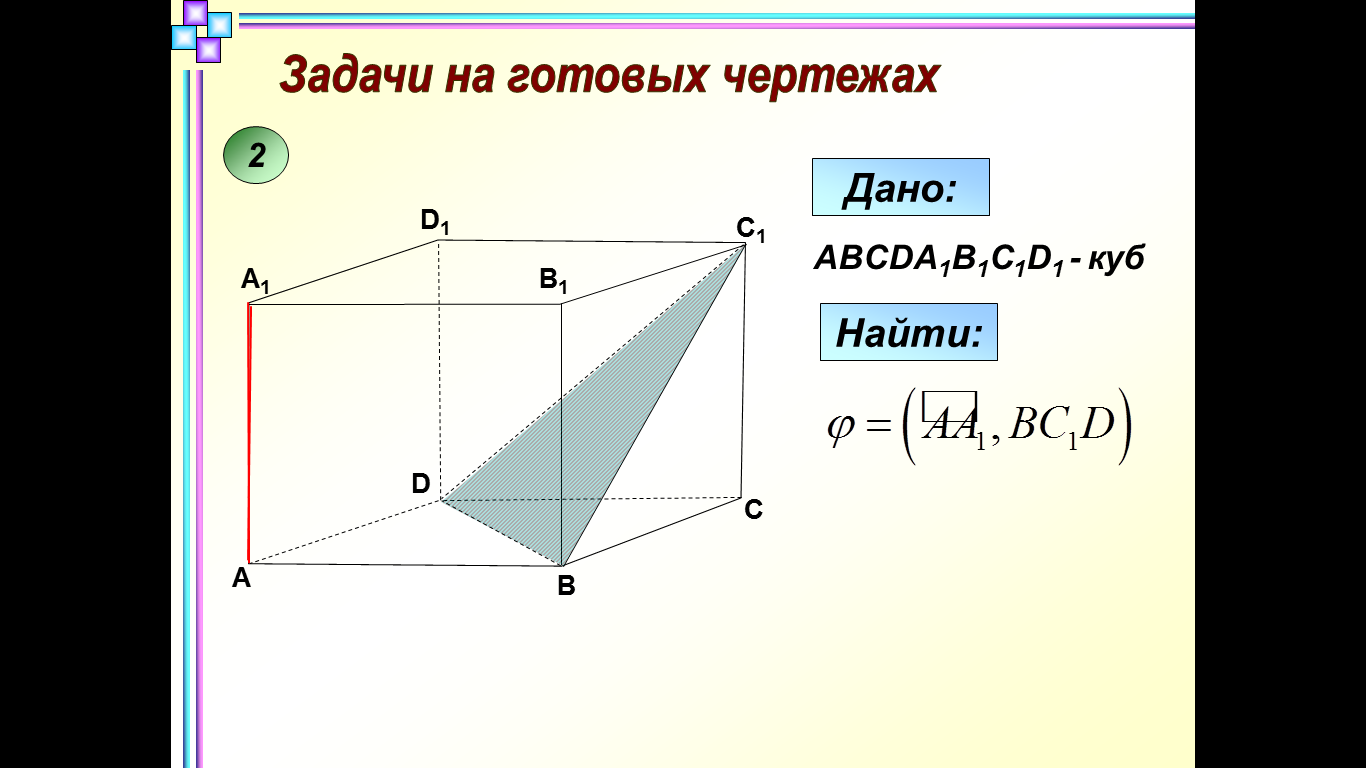
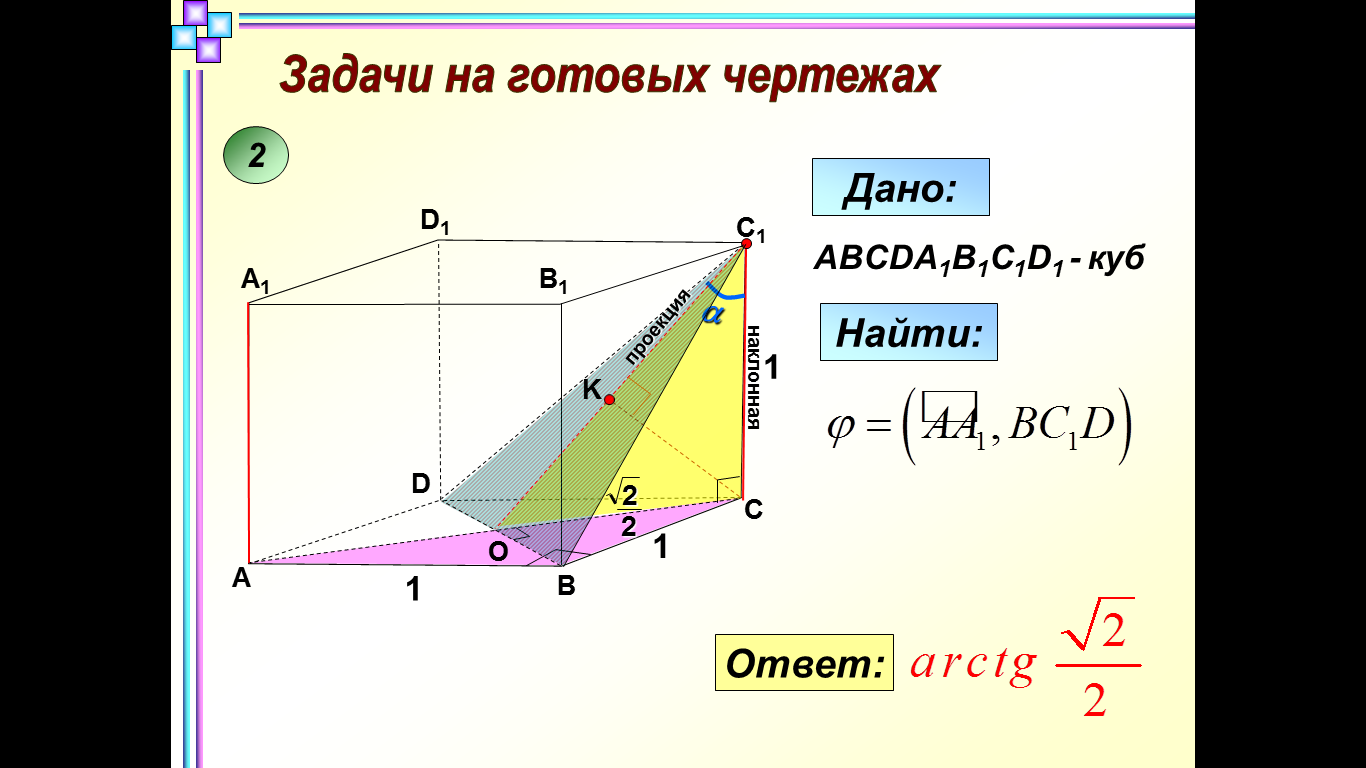


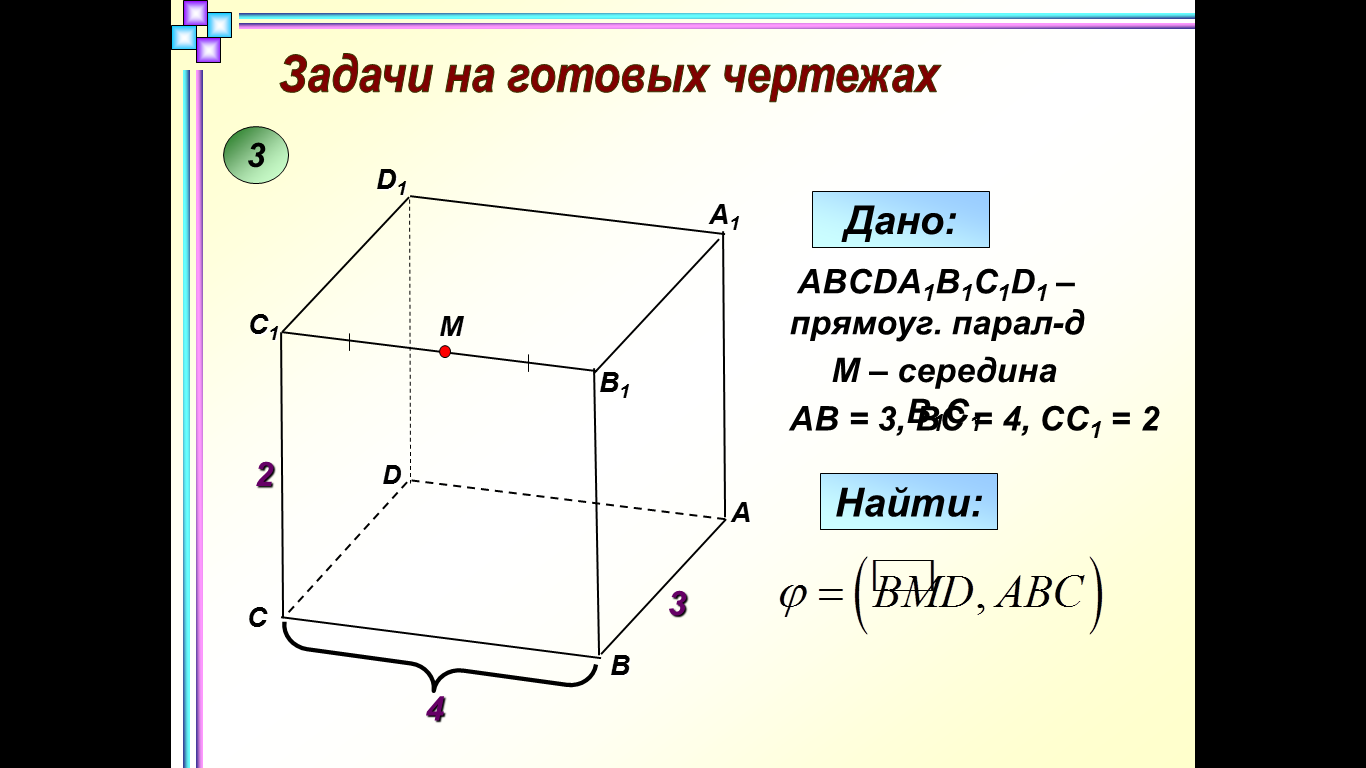
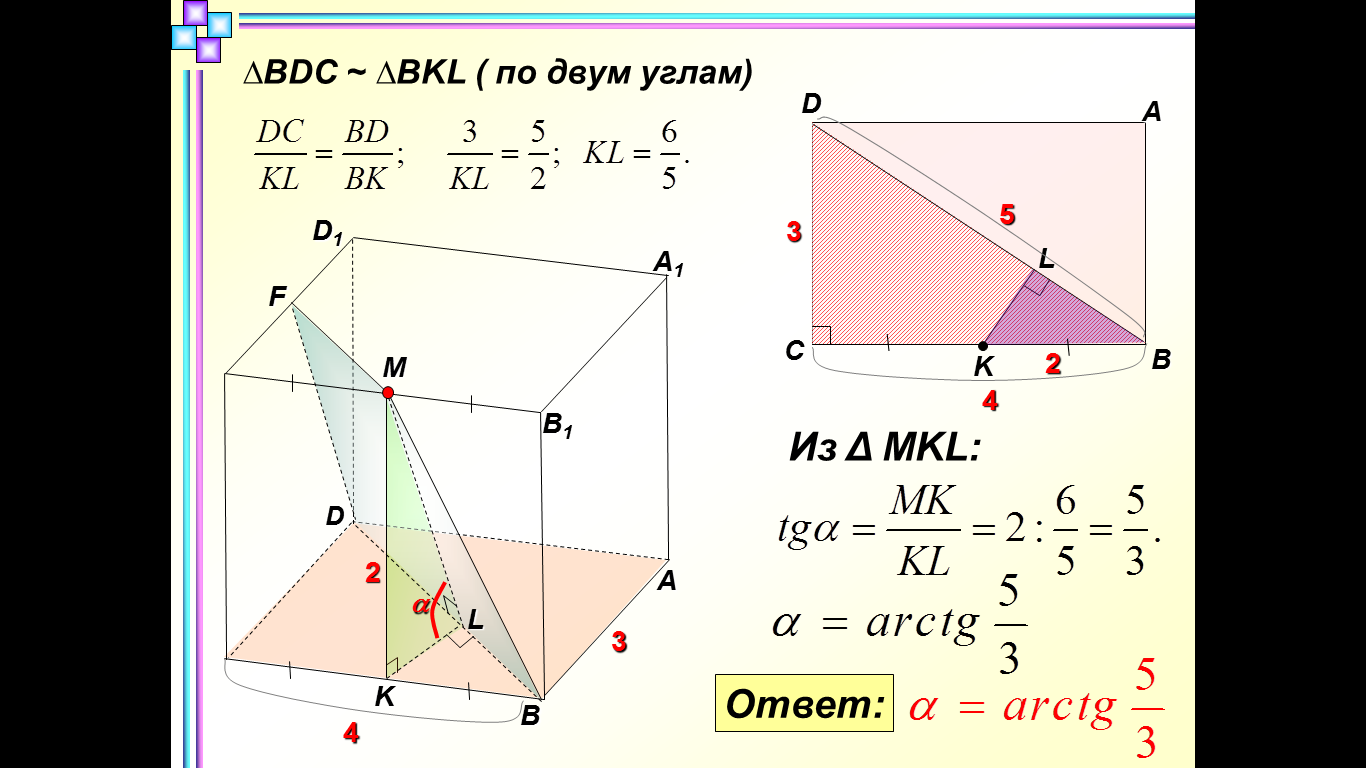
В качестве домашнего задания были предложены 3 задачи на вычисление углов в пространстве.

Каждый из вас по собственному желанию выбирал метод их решения. Сравним результаты и сделаем выводы о целесообразности применения того или иного метода. К доске приглашаются 6 учеников (по 2 на каждую задачу для решения её геометрическим и координатным методами).

Пока идет запись решения задач на доске фронтально решаются задачи на готовых чертежах (работа с презентацией). Дополнительные построения и вычисления появляются на слайдах постепенно по клику мышкой. В последнюю очередь появляется ответ задачи.

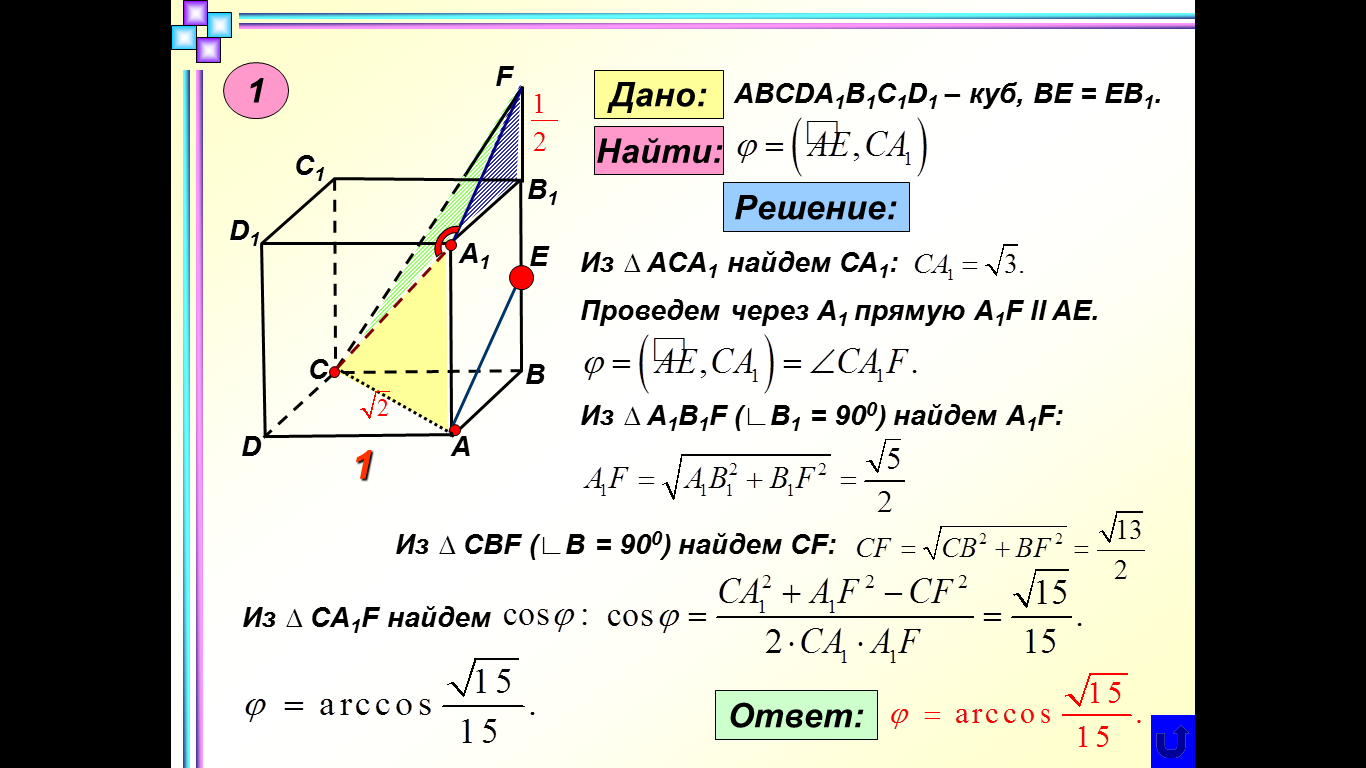
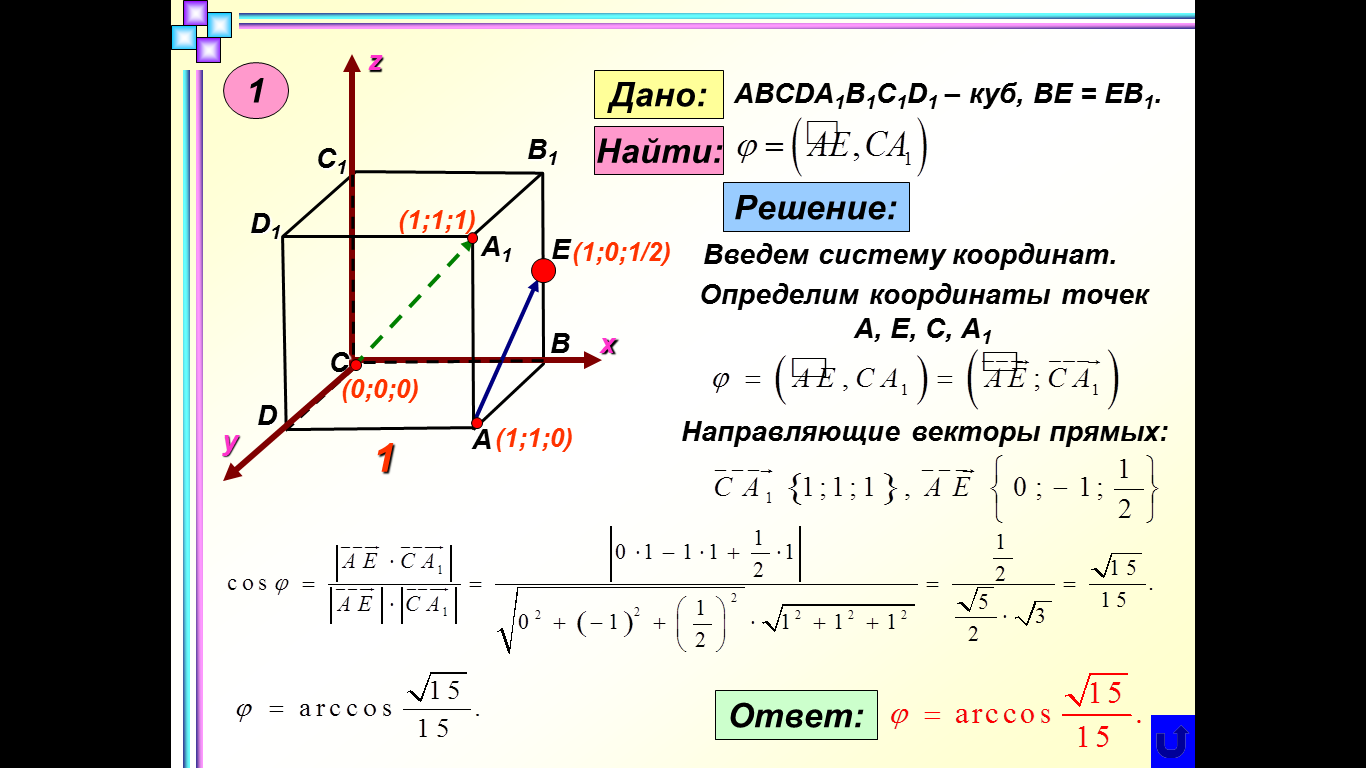
 

После завершения работы по готовым чертежам заслушиваются и проверяются решения домашних задач. Верные решения заготовлены на слайдах презентации, открывающихся пошагово.

**Задача №1**. Точка Е – середина ребра ВВ1 куба ABCDA1B1C1D1. Найти угол между прямыми АЕ и СА1.

Решение геометрическим Решение методом координат:

методом:

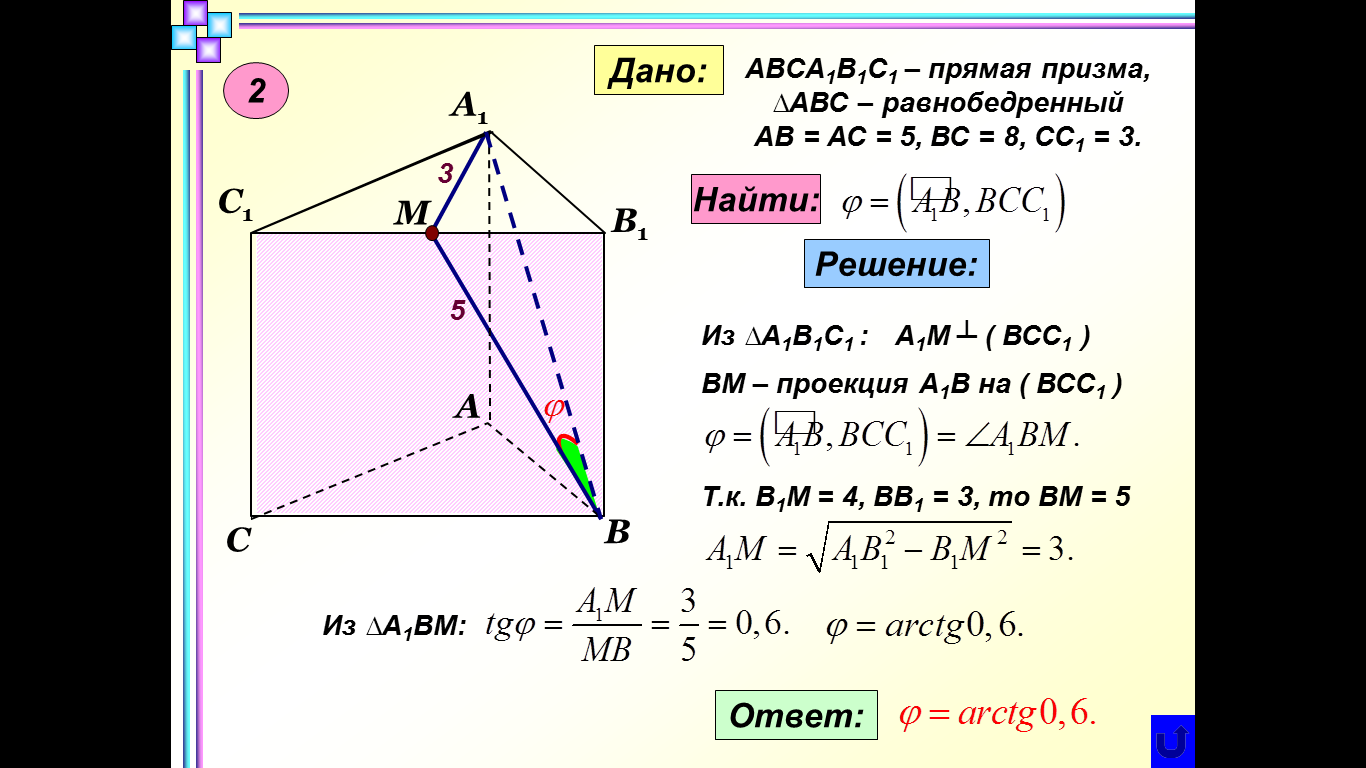
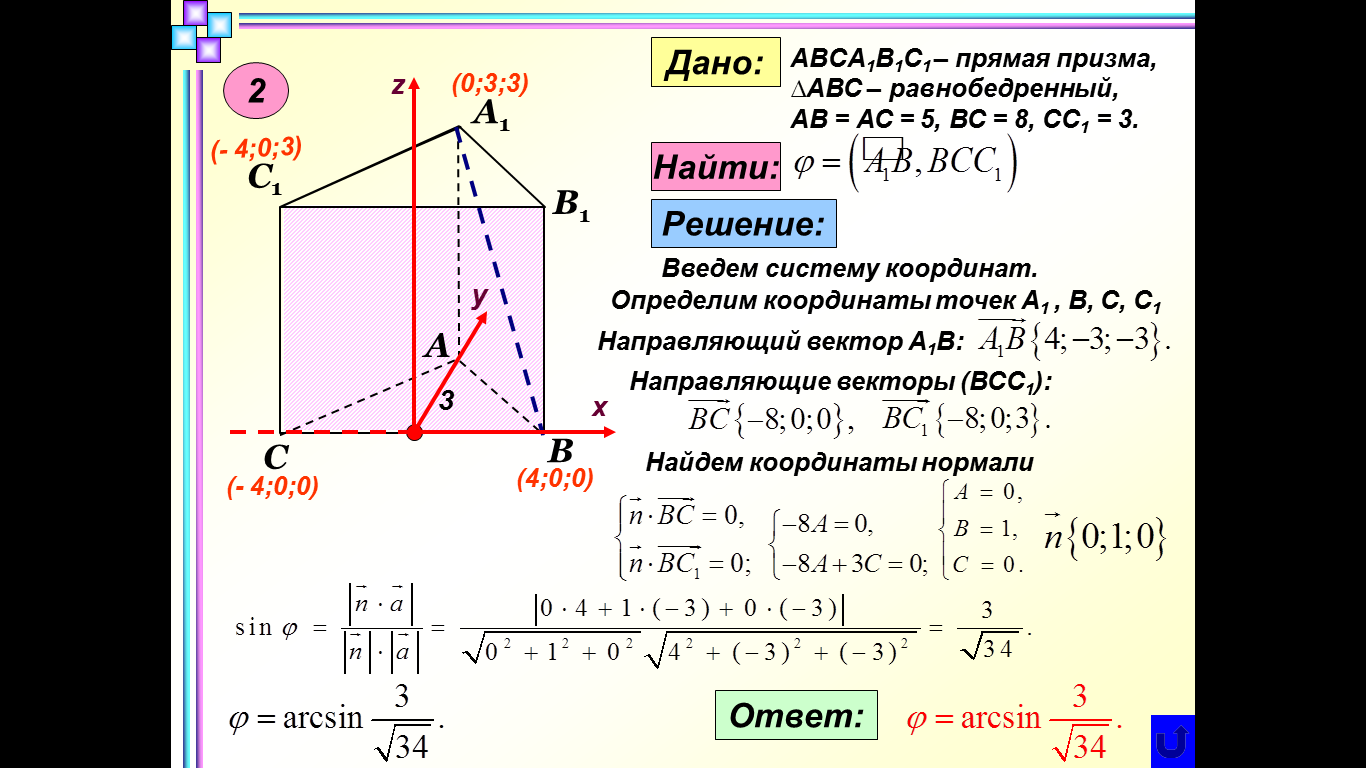
 

**Какой метод решения данной задачи кажется вам проще и рациональнее?**

**Задача №2.** Основанием прямой призмы АВСА1В1С1 является равнобедренный треугольник АВС. АВ = АС = 5, ВС = 8. Высота призмы равна 3. Найти угол между прямой А1В и плоскостью ВСС1.

Решение геометрическим Решение методом координат:

методом :

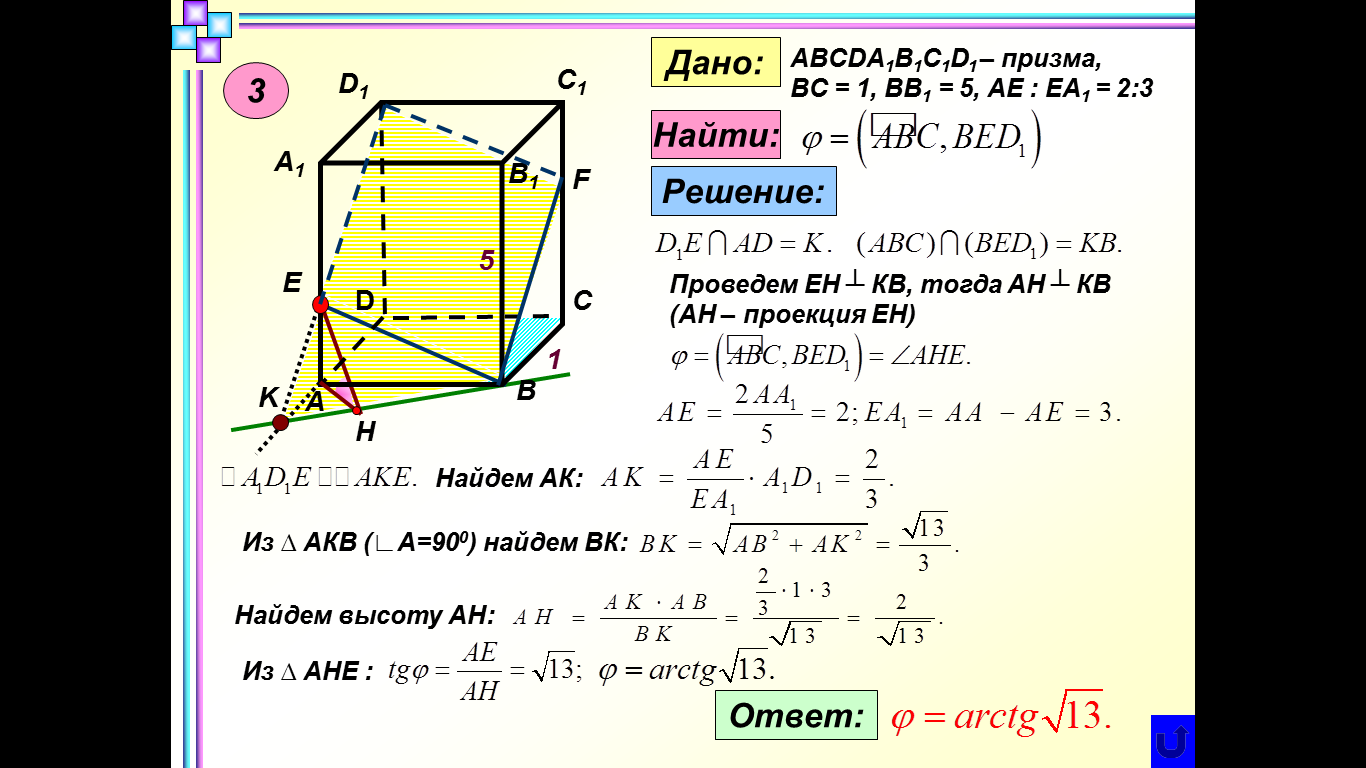
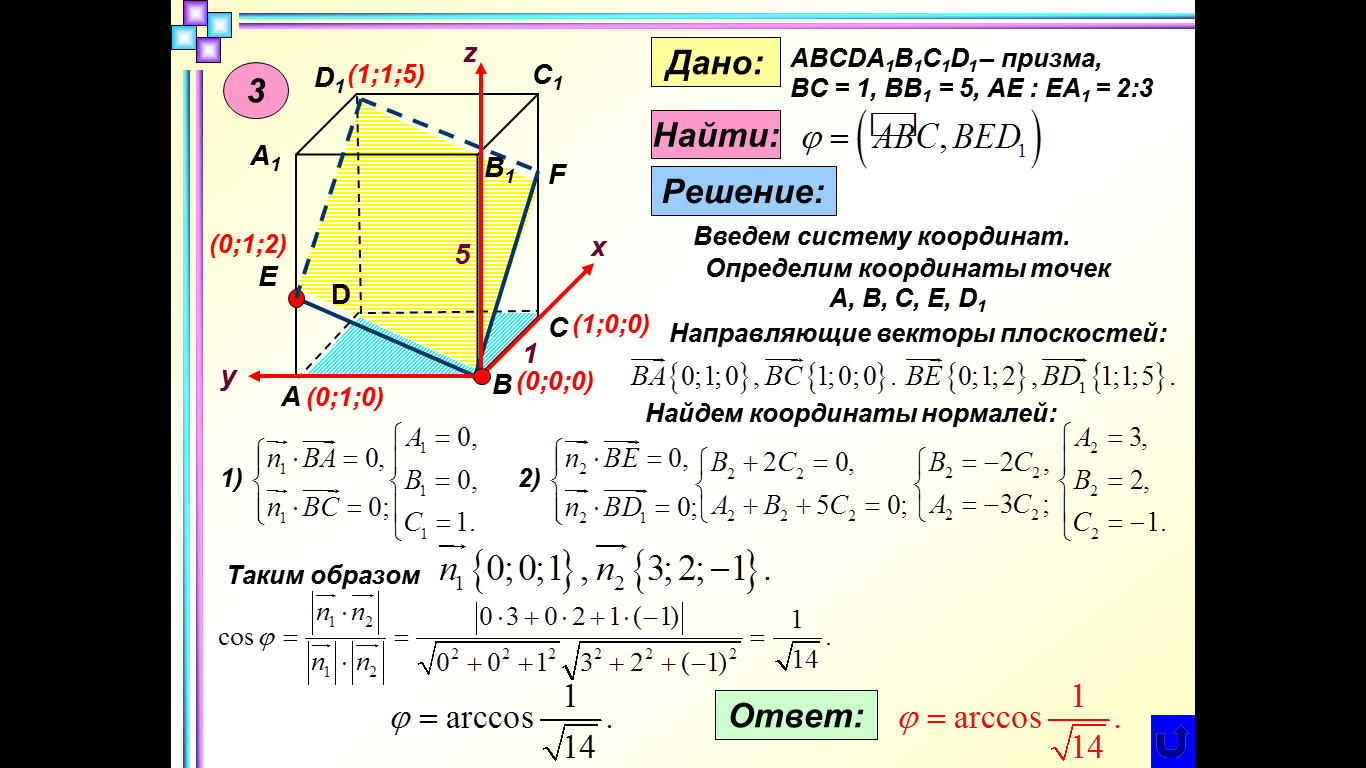
 

**Каким методом решения предпочтительнее воспользоваться в данном случае?**

**Задача №3**. В правильной четырехугольной призме ABCDA1B1C1D1 стороны основания равны 1, а боковые ребра равны 5. На ребре АА1 отмечена точка Е так, что АЕ : ЕА1 = 2 : 3. Найти угол между плоскостями АВС и ВЕD1( ЕГЭ 2012).

Решение геометрическим Решение методом координат:

методом:

**В чем вы видите преимущества каждого из методов решения, а в чем недостатки?**

**Проведение физминутки**

* Двумя пальцами обеих рук помассируйте виски.
* Сложите ладони, интенсивно потрите их (это упражнение способствует мобилизации энергетического потенциала и работы всех внутренних органов, т.к. на ладонях находится много биологически активных зон).

**Самостоятельная работа**

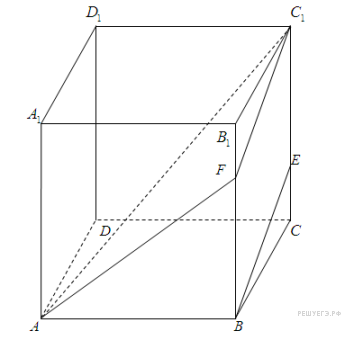
**Задача №1.** На ребре СС1 куба http://reshuege.ru/formula/3d/3dcbf64aebe65200503211a8fc5a3518.png отмечена точка Е так, чтоhttp://reshuege.ru/formula/36/36baf204ca2c52e254e42b4fb686afdf.png Найти угол между прямыми ВЕ и http://reshuege.ru/formula/b3/b373aa5047bc168ecada4f73b8cb2332.png

**Задача №2.** В пра­виль­ной ше­сти­уголь­ный приз­ме *ABCDEFA'B'C'D'E'F'* все ребра равны 1. Най­ди­те угол между пря­мой *AC'* и плос­ко­стью *ACD'*.

**Задача №3.**  В кубе http://reshuege.ru/formula/1f/1f98fd4abe2a7ebc84481105039f3a71.png най­ди­те ко­си­нус угла между плос­ко­стя­ми http://reshuege.ru/formula/45/45bbbc39804ac0925c767048e2601078.png и http://reshuege.ru/formula/23/232fac43b9cc399d5b05c7408b4ff644.png

Самостоятельная работа выполняется группами по 2 человека. После того, как работы будут сданы, демонстрируются слайды с их решениями. По «горячим следам» даются ответы на возникшие в процессе решения вопросы.

**Задача№ 1. Ре­ше­ние.**

При­мем ребро куба за http://reshuege.ru/formula/0c/0cc175b9c0f1b6a831c399e269772661.png. Тогда http://reshuege.ru/formula/81/815540f7516d8fdf2e25e876114728aa.png

По­сколь­ку http://reshuege.ru/formula/d8/d8130153ddb022a85febc3a46ebd0abc.png, по­лу­ча­ем: http://reshuege.ru/formula/35/3568bdded5e8aafe0bf03e7767c3eedf.png и http://reshuege.ru/formula/24/24875cd3d7220d39fc80475481df94c9.png

Про­ве­дем через точку http://reshuege.ru/formula/98/9824b26a51714309aa4afd370035ce53.png пря­мую, па­рал­лель­ную http://reshuege.ru/formula/d3/d3dcf429c679f9af82eb9a3b31c4df44.png. Она пе­ре­се­ка­ет ребро http://reshuege.ru/formula/94/94c82f367723e9b2d59baad49af43606.png в точке http://reshuege.ru/formula/80/800618943025315f869e4e1f09471012.png, при­чем тре­уголь­ни­ки http://reshuege.ru/formula/42/42451d370b188bc4ed2a312be0bd3c49.png и http://reshuege.ru/formula/4d/4da4fb4daa7fc4e499fa6eed37529143.pngравны. Ис­ко­мый угол равен углу http://reshuege.ru/formula/b4/b4ca4ee949cc21950eda72ecade2f5e5.png (или смеж­но­му с ним).

В пря­мо­уголь­ном тре­уголь­ни­ке http://reshuege.ru/formula/4d/4da4fb4daa7fc4e499fa6eed37529143.png с пря­мым углом http://reshuege.ru/formula/62/62aaced6e784a6a5b344b43850f98398.png

http://reshuege.ru/formula/17/17de4f67d18d9394bc23822e19d619d7.png

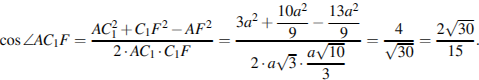
В пря­мо­уголь­ном тре­уголь­ни­ке http://reshuege.ru/formula/26/2681c044ff64ea0c4f64910b550f45c8.png с пря­мым углом http://reshuege.ru/formula/9d/9d5ed678fe57bcca610140957afab571.png

http://reshuege.ru/formula/3a/3a458b135db5cff9b0f738b944d46d98.png

В тре­уголь­ни­ке http://reshuege.ru/formula/b4/b4ca4ee949cc21950eda72ecade2f5e5.png

http://reshuege.ru/formula/a4/a4a2b2e5601c3221c50214ac0306e3ff.png

от­ку­да



Тогда http://reshuege.ru/formula/de/de9b76f915838a0e5ff390e8792a60d2.png

Ответ может быть пред­став­лен и в дру­гом виде: http://reshuege.ru/formula/b5/b53a31a25143e052e6f26106fe1e806a.png или http://reshuege.ru/formula/fa/fa65e012c2cf7b5c785e0eb71d66629f.png

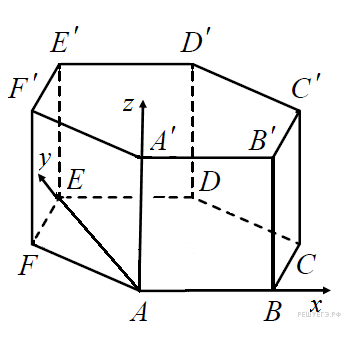
Ответ: http://reshuege.ru/formula/22/224ad94fe57bd37e0309ab20c44fedf9.png

**Решим задачу методом координат**. Совместим начало отсчета с точкой D,а оси направим вдоль ребер куба. Тогда координаты точек А( а,0,0), С1 (0,а,а) , В(а,а,0), Е(0,а,1/3а). Координаты направляющих векторов АС1{-а,а,а}, ВЕ {-а,0,1/3а}. Тогда косинус искомого угла равен:

|a2+0+a2| / aa= 2

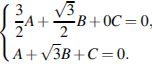
Ответ: http://reshuege.ru/formula/22/224ad94fe57bd37e0309ab20c44fedf9.png

**Задача 2. Ре­ше­ние.**

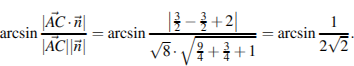
Вве­дем пря­мо­уголь­ную си­сте­му ко­ор­ди­нат, как по­ка­за­но на ри­сун­ке. В этой си­сте­ме ко­ор­ди­нат:

http://reshuege.ru/formula/b3/b37353ce24e0828a8112bfe96d3bda9f.png от­ку­да http://reshuege.ru/formula/bf/bfab5ace4d858c538c8612c2f7cafbb3.png

Плос­кость http://reshuege.ru/formula/f9/f98954491cf86ff415685651dcbbebf1.png про­хо­дит через на­ча­ло ко­ор­ди­нат, ее урав­не­ние имеет вид http://reshuege.ru/formula/4e/4e760882c6e8f2247efb964c8a80b3a7.png Для ко­ор­ди­нат точек http://reshuege.ru/formula/0d/0d61f8370cad1d412f80b84d143e1257.png и http://reshuege.ru/formula/02/0232f27be40b2b647f260050dd308eb8.png имеем си­сте­му урав­не­ний:

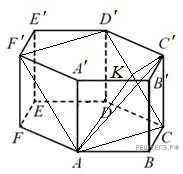


Не теряя общ­но­сти, по­ло­жим http://reshuege.ru/formula/04/04972b7883748555b1394e014328879c.png тогда http://reshuege.ru/formula/b5/b55cef3f85a039fe899e0baa82a306be.png Урав­не­ние плос­ко­сти http://reshuege.ru/formula/f9/f98954491cf86ff415685651dcbbebf1.png: http://reshuege.ru/formula/d1/d1adbfcf1d3329fd7091ad3f6e62ae9d.png век­тор нор­ма­ли к ней http://reshuege.ru/formula/2f/2f947932e320fbf09a3719543f161be6.png Тогда ис­ко­мый угол между пря­мой http://reshuege.ru/formula/d7/d78b4c1362a2e18cc3e0fca1c9731d43.png и плос­ко­стью http://reshuege.ru/formula/f9/f98954491cf86ff415685651dcbbebf1.png равен



**Ответ:** http://reshuege.ru/formula/6b/6be180cf8f5c7560e8888219955d917e.png

**При­ве­дем дру­гое ре­ше­ние.**

http://reshuege.ru/formula/72/72a94c51cf1a1ebeb13f5f678ce50ae5.png — ис­ко­мый, так как это угол между пря­мой и ее про­ек­ци­ей http://reshuege.ru/formula/37/372d6b61a58d204bdb53ea1694e057b6.png http://reshuege.ru/formula/ac/ac56a73bff02b11255eb05198e77fd47.pngтак как http://reshuege.ru/formula/ce/ce747d5ac1e00ebb31eb8cd8c99d9e86.png в силу того, что http://reshuege.ru/formula/ae/ae258a9551d9d739d3d58c585fd4137d.png и http://reshuege.ru/formula/c3/c34d99ebaeec5e0ea687dcb9cc186a3b.png

Рас­смот­рим http://reshuege.ru/formula/1e/1eb232a28191e51641dd0f98978760f0.png

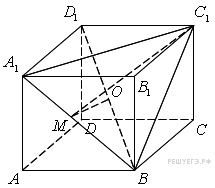
http://reshuege.ru/formula/7f/7fc3663cfefeb89365a58b4d36ee6c37.png (т. к. http://reshuege.ru/formula/9f/9f00d0d41a196393a306b24ff2a280fd.png — диа­го­наль квад­ра­та http://reshuege.ru/formula/37/3759daeeb2a5493eedc2bdcbf886c6ee.png)

http://reshuege.ru/formula/d3/d341c49897811db79e9caf610666f4d7.png

**Ответ:** http://reshuege.ru/formula/70/70c61e803004b1c35636531de7304e0f.png

**Задача №3.Ре­ше­ние.**

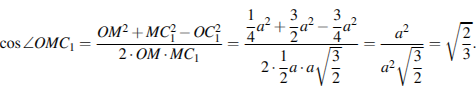
Пусть точка http://reshuege.ru/formula/f1/f186217753c37b9b9f958d906208506e.png — центр куба, а http://reshuege.ru/formula/69/69691c7bdcc3ce6d5d8a1361f22d04ac.png — се­ре­ди­на http://reshuege.ru/formula/2a/2a9603be3634168ec32beb57759c8ba4.png http://reshuege.ru/formula/0b/0b2f3bc0b20c33910d0949a37175c23e.png а http://reshuege.ru/formula/eb/eb0459bfce4185888ecf61fb07987581.png — сред­няя линия тре­уголь­ни­ка http://reshuege.ru/formula/91/91e7bb10715e565e82ca66f3afa9f4ac.png, по­это­му http://reshuege.ru/formula/c8/c8672fee1d36d227982209980dda9f1c.png Тре­уголь­ник http://reshuege.ru/formula/45/45bbbc39804ac0925c767048e2601078.png — рав­но­сто­рон­ний, http://reshuege.ru/formula/6d/6dc9ce851c3b3e68f24ab1f03b66fa9d.png сле­до­ва­тель­но, ис­ко­мый угол равен углу http://reshuege.ru/formula/60/609807d2306c8fcf4868d294152a3cee.png



При­мем длины ребер куба за http://reshuege.ru/formula/0c/0cc175b9c0f1b6a831c399e269772661.png. Най­дем сто­ро­ны тре­уголь­ни­ка http://reshuege.ru/formula/60/609807d2306c8fcf4868d294152a3cee.png Из тре­уголь­ни­ка http://reshuege.ru/formula/91/91e7bb10715e565e82ca66f3afa9f4ac.png на­хо­дим http://reshuege.ru/formula/d7/d746d3296b9e920c0b8febf15888bf34.pngиз рав­но­сто­рон­не­го тре­уголь­ни­ка http://reshuege.ru/formula/45/45bbbc39804ac0925c767048e2601078.png на­хо­дим

http://reshuege.ru/formula/dc/dc870d5f8e5113183f2fadc8d7f8530c.png

по­сколь­ку http://reshuege.ru/formula/f1/f186217753c37b9b9f958d906208506e.png — се­ре­ди­на диа­го­на­ли http://reshuege.ru/formula/d8/d8f1edf9539c4f1c623be7811f5715af.png то http://reshuege.ru/formula/f4/f4b501afb598e23629375c6fec678d8c.png Те­перь при­ме­ним к тре­уголь­ни­ку http://reshuege.ru/formula/37/37b9ed67587aa1b109b79aa3bc9c3293.png тео­ре­му ко­си­ну­сов:



Ответ: http://reshuege.ru/formula/34/341840ee11832ffd4aed5a1abb2f2cef.png

**Рефлексия:**

1.Справились ли вы с заданиями самостоятельной работы?

2.Какая из задач вызвала наибольшие трудности и почему?

3.Как вы оцениваете свои шансы в решении заданий С2 ЕГЭ?

4.Над чем и как необходимо работать для достижения максимально возможного для вас результата в этой области?

**Домашнее задание:** решение тренировочных заданий С2 ЕГЭ 2014 (МИОО)

**Литература и ЭОРы**:

1. Геометрия, 10-11: Учеб для общеобразоват. учреждений / Л.С.Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др.-М.: Просвещение, 2012.
2. А.А Прокофьев, А.Г. Корянов . Математика. Подготовка к ЕГЭ. Задание С2. Многогранники: Типы задач и методы их решения-М.: Легион, 2013

3.Сборники для подготовки к ЕГЭ под редакцией А.Л. Семенова, И.В. Ященко

4. festival.1september.ru

1. http://reshuege.ru/test?a=catlistwstat
2. http://alexlarin.net/